/ /

(I)

محتوى (فهرس) المقرر :

في هذا المقرر سبعة فصول توزع على النحو التالي :

ف1 : مراجعة في مفاهيم المجموعات والمتتاليات - متراجحات أساسية في التحليل التابعي مثل : متراجحات هولدر مينكوفسكي للمجاميع والتكاملات + أمثلة محلولة وغير محلولة

ف2 : الفضاءات المترية والتبولوجية - مفهوم التطبيق الضاغط والنقطة إتمام الفضاءات المترية - الهوميومورفيزم والإيزومورفيزمات في الفضاءات السابقة أمثلة محلولة وغير محلولة ضمن الفصل وبعده

ف3 : الفضاءات الخطية المجهزة - الفضاءات المترية الخطية - الفضاءات الخطية المنظمة - الفضاءات التامة (فضاء باناخ) - بعض إختبارات التراص [illegible] وشبه التراص في بعض الفضاءات الخطية المنظمة للفضاءات المنتهية البعد + أمثلة محلولة وغير محلولة

ف4 : فضاءات هيلبرت - فضاء الجداء الداخلي - أمثلة عليهما التعامد وسلسلة فورييه وكذلك النشر فيه + أمثلة

ف5 : المؤثرات الخطية - خواصها - الاستمرار والمحدودية - فضاء المؤثرات الخطية المحدودة مبرهنة البيان المغلق - المؤثر العكسي

ف6 : الداليات الخطية - التقارب الضعيف لها - الشكل العام للداليات الخطية في الفضاءات الخطية المنظمة أمثلة محلولة وغير محلولة

ف7 : يدرس فيه الجبور والجبور المنظمة - جبر باناخ والقسمة - الهومومورفيزمات والإيزومورفيزمات الطيوف - القيم الذاتية للمؤثر - أمثلة محلولة وغير محلولة

متطلب هذا المقرر

من تحليل 1 إلى تحليل 5 - التحليل المتجهي وجبر المصفوفات والتحليل العقدي 1 و 2 المعادلات التفاضلية والتكاملية

/ /

يقوم التحليل الرياضي بدراسة مجموعة منتهية من الدوال والعلاقات التي تربط بينها بينما التحليل التابعي «التحليل الدالي» فيعنى بدراسة فضاءات الدوال والعمليات عليها أي أنه ما درس سابقاً ، ولا ننسى أن التحليل التابعي (الدالي) ظهر في أوائل القرن العشرين وهو أحد فروع التحليل الرياضي وهو يشغل مركزاً متميزاً بين العلوم الرياضية وكذلك تطبيقاته واسعة وهي تتوضع في حساب التحولات - نظرية المعادلات التفاضلية نظرية تقريب التوابع وفي الطرائق العددية للتحليل بشكل عام في نظرية المعادلات التكاملية

× تعريف التابع :

لتكن X , Y مجموعتين غير خاليتين من $\mathbb{R}$ نسمي كل تطبيق يربط كل عنصر من المجموعة الأولى X بعنصر واحد فقط من المجموعة الثانية ونكتب :

$$f : X \longrightarrow Y$$

$$x \longrightarrow y = f(x)$$

حيث f (التابع أو التطبيق) من (X) إلى (Y)

مثال :

$$\cos x : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$$

$$e^x : \mathbb{R} \rightarrow]0, \infty[$$

في التعريف السابق نسمي X المجموعة الأولى المنطلق والمجموعة الثانية Y المستقر حيث Y ليس بالضرورة المستقر الفعلي

ملاحظة:

سنتعامل في دراستنا في هذا المقرر مع الفضاءات المجردة والتي عناصرها ذات طبيعة ما تحقق مسلمات معينة وباختيارنا جمل مختلفة من المسلمات فإننا نحصل على أنماط مختلفة من الفضاءات المجردة والتي تعود إلى فريشيه عام ١٩٠٦ وهذا مبرر للنجاح الكبير الذي حققته هذه الفضاءات

مراجعة في المفاهيم الأساسية للمجموعات والمتتاليات في الفراغات الأساسية

بعد أن تعرفنا على الارتباط التابعي (الدالي) الوارد في التحليل الحقيقي حيث X و Y حقيقيتان مع ملاحظة أنه في الارتباط التابعي ليس بالضرورة أن تكون X و Y من $\mathbb{R}$ كما ولكن مجموعتان من العناصر ذات طبيعة متباينة

تابع عددي $X \subseteq \mathbb{R}$ ، $Y \subseteq \mathbb{R}$

①- تعريف الارتباط التابعي (الدالي):

لتكن X و Y مجموعتين ما ولتكن لدينا قاعدة معلومة تقابل وفقها كل عنصر $x \in X$ بعنصر وحيد معرف تماماً $y \in Y$ عندئذ نقول أنه لدينا مؤثر $y = f(x)$ مجموعة تعريفه X ومجموعة قيمه متوضعة في المجموعة Y.

ونقول أيضاً أنه لدينا تطبيق لـ X في Y.

في حالة خاصة يكون المؤثر دالياً إذا كانت قيم الأول حقيقية

إذا كان لدينا التطبيق $y = f(x)$ فإننا نسمي $y \in Y$ صورة لعنصر $x \in X$ وفق هذا التطبيق ويكون هذا التطبيق تقابلاً إذا كان متباين وتام ذو وحيد القيمة بالتبادل ((

[illegible]

لا يمكننا الحديث هنا عن المؤثرات المرفقة بشكل عام إلا بشكل تقريبي إلا بعد أن نعطي افتراضات إضافية:

إلى جانب هذا المفهوم التعريف أعلاه نشير مفهوم النهاية والاستمرار من التعاريف الهامة والهامة جداً في التحليل المجموعة التي نعرف عليها أو فيها نهاية متتالية فضاء ونسمي الفضاءات التي عناصرها توابع أو متتاليات عددية بفضاءات عددية وتشكل بعض صفوف المؤثرات المعرفة في الفضاءات التابعية المفهوم الأساسي لجوانب التحليل التابعي ، وواحدة من المفاهيم المستخدمة في التحليل التابعي العلاقة التالية

س متى نقول عن المجموعة أنها مرتبة جزئياً ؟

لتكن لدينا $X \neq \emptyset$ ولنفرض أننا عرفنا بينها أو عليها علاقة ترتيب من أجل بعض أزواج بعضها $a, b, c, \ldots$ بحيث $a < b$ ولنفرض أن هذه العلاقة تحقق أيضاً الشروط التالية:

①- من $a < b$ و $b < c$ ينتج $a < c$ ، (خاصية التعدي)

②. $a < a$ (خاصية الانعكاس)

③. $a < b$ و $b < a$ ينتج $(a = b)$ (خاصية التآلف)

/ /

يقال عن المجموعة X عندئذٍ أنها مرتبة جزئية و يسمى كل من العنصرين عنصرين متقارنين واللذان من أجلهما تتحقق العلاقة $a < b$ أو $b < a$

تسمى المجموعة X مرتبة أو مرتبة خطياً أو مرتبة كلياً إذا كان من أجل كل عنصرين a, b منها $a < b$ أو $b < a$

س: متى يقال عن مجموعة أنها محدودة من الأعلى؟

نقول عن مجموعة جزئية Y من مجموعة مرتبة جزئياً أنها محدودة من الأعلى إذا وجد عنصر مثل b بحيث $y < b$ حيث $y \in Y$ و يسمى العنصر b حداً أعلى ((أو راجحاً)) للمجموعة Y و يسمى أصغر حد للمجموعة بالحد الأعلى الأصغري أو الحد الأعلى للمجموعة

و بالمثل مماثل بالنسبة للحد الأدنى والأدنى الأعظمي والمجموعة محدودة من الأدنى

*) يسمى العنصر $z_0 \in X$ أعظمياً إذا لم يوجد في X عنصراً مثل $(x \neq z_0)$ محققاً للعلاقة $z_0 < x$

س: متى يقال عن مجموعة مرتبة أنها مرتبة تماماً مع إعطاء مثال؟

نقول عن مجموعة مرتبة أنها مرتبة تماماً إذا وجد لأية مجموعة جزئية منها بالضرورة عنصر أصغري أي عنصر يسبق جميع عناصر المجموعة الجزئية

مثال: لتكن $X = \mathbb{R}$ و لتكن $\leq$ هي العلاقة $\leq$ عندئذٍ من الواضح أنه إذا كان $a, b, c \in \mathbb{R}$ فإن

1) $a \leq a$ 2) $a \leq b$ و $b \leq c$ فإن $a \leq c$

3) $a \leq b$ و $b \leq a$ فإن $a = b$

وبالتالي فإن العلاقة $\leq$ المعرفة هي علاقة ترتيب جزئي من أجل $X = \mathbb{R}$

مما نلاحظه في هذه الحالة أن $X = \mathbb{R}$ فعلياً مرتبة كلياً

+ قراءة من 15 إلى 18

مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ والأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ مرتبة كلياً

أي مجموعة نستطيع المقارنة بين عناصرها نستطيع أن نعتبرها مرتبة تماماً